



Mathématiques et sciences humaines

Mathematics and social sciences

145 | Printemps 1999
Géométrie et vision

Vers une neurogéométrie. Fibrations corticales, structures de contact et contours subjectifs modaux

Towards a neurogeometry. Cortical fibrations, contact structure and subjective contours

Jean Petitot et Yannick Tondut



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/msh/2809>

DOI : 10.4000/msh.2809

ISSN : 1950-6821

Éditeur

Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée

Date de publication : 1 mars 1999

ISSN : 0987-6936

Référence électronique

Jean Petitot et Yannick Tondut, « Vers une neurogéométrie. Fibrations corticales, structures de contact et contours subjectifs modaux », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 145 | Printemps 1999, mis en ligne le 10 février 2006, consulté le 07 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/msh/2809> ; DOI : 10.4000/msh.2809

Ce document a été généré automatiquement le 7 mai 2019.

© École des hautes études en sciences sociales

Vers une neurogéométrie. Fibrations corticales, structures de contact et contours subjectifs modaux

Towards a neurogeometry. Cortical fibrations, contact structure and subjective contours

Jean Petitot et Yannick Tondut

RÉSUMÉS

Ce travail propose certains modèles variationnels pour les processus corticaux d'intégration des contours subjectifs modaux (de type contours illusoirs à la Kanizsa), modèles fondés sur les concepts géométriques de fibration et de structure de contact. La structure rétinotopique des hypercolonnes d'orientation de l'aire V (telle qu'elle est décrite depuis les travaux pionniers de Hubel, Wiesel et Mountcastle) est une architecture fonctionnelle qui peut être mathématiquement idéalisée par la fibration P_1 de E dans M ayant pour base le plan M de la rétine et pour fibre F la droite projective P^1 des directions du plan, l'espace total E de P_1 étant isomorphe au produit direct $M \times F$. Au-dessus de chaque position rétinienne se trouve implémenté un exemplaire (discrétisé) de F . Les connexions horizontales cortico-corticales implémentent ce que l'on appelle la trivialité locale de cette fibration et sans doute également une connexion (au sens d'Elie Cartan) définissant un transport parallèle. Après avoir rappelé ces données, le papier se focalise sur l'interprétation géométrique des résultats de Field, Hayes et Hess sur le champ d'association. Ces travaux semblent montrer que ce que l'on appelle en géométrie symplectique la structure de contact de la fibration se trouve neuralemement implémenté.

Le champ d'association correspond dans ce cadre à une condition d'intégrabilité des courbes dans E : elles doivent être les relevées de leur projection sur le plan rétinien M . Ce modèle d'une fibration munie d'une structure de contact naturelle est ensuite appliqué à l'interprétation des contours subjectifs modaux et conduit à des variantes du modèle dit de l'elastica développé par B.K.P. Horn et D. Mumford. L'idée est que les contours subjectifs modaux ont des relevées qui sont "géodésiques" dans le fibré cortical E , c'est-à-dire de longueur minimale (pour une métrique appropriée) dans la classe des courbes satisfaisant la condition d'intégrabilité. Les modèles "géodésique" sont ensuite reformulés, à la suite de R. Bryant et P. Griffiths, dans un cadre géométrique plus fondamental, celui des groupes de Lie et du repère mobile d'Elie Cartan. Quelques possibilités de test expérimentaux sont enfin considérées.

This work presents some variational models for the cortical algorithms processing Kanizsa modal subjective contours. These models are based on the geometric concepts of fibration and contact structure. The retinotopic structure of the orientation hypercolumns in the visual area V1 is a functional architecture which can be mathematically idealized by the fibration having the retinian plane M as base and the projective line P^1 as fiber F . The total space E of P^1 over M is isomorphic to the direct product $M \times F$. The cortico-cortical horizontal connections implement what is called the local triviality of this fibration, and also a Cartan connection defining a parallel transport between neighboring fibers. Then the paper focuses on the geometrical interpretation of the results of Field, Hayes and Hess concerning the association field. It shows that the latter implements what is called the contact structure of the fibration. The association field expresses an integrability condition for the skew curves in E : they have to be a lifting of their projection on the retinian plane M . This model of fibration endowed with a contact structure is then applied to the modal subjective contours and provides a variant of the elastica model developed by B.K.P. Horn and D. Mumford. The key idea is that the lifting of subjective contours satisfy a "geodesic" condition in the cortical fibration E : they have to be of minimal length (for an appropriate metrics) among the class of curves satisfying the integrability condition. These "geodesic" models are then reformulated, according to R. Bryant and P. Griffiths, in the more fundamental geometric framework of Lie groups and Cartan's "repère mobile" (Vielbein). Finally, some experimental possibilities are suggested.

INDEX

Mots-clés : champ d'association, condition d'intégrabilité, contour subjectif, elastica, équation d'Euler-Lagrange, fibration géodésique, groupe de Lie, modèle variationnel, repère mobile, structure de contact

Subjects : cognitive sciences, dynamical systems, epistemology, geometry, modelling

Thèmes : cognitives (sciences), dynamiques (systèmes), géométrie, modélisation, épistémologie

Keywords : association field, contact structure, elastica, Euler-Lagrange equation, fibration, geodesic, integrability condition, Lie groups, subjective contours, variational models, Vielbein